Casa abierta al tiempo
UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

PROGRAMA DE ESTUDIOS

UNIDAD IZTAPALAPA	DIVISION CIENCIAS BIOLOGICAS Y DE LA SALUD		1 / 6
NOMBRE DEL PLAN LICENCIATURA EN INGENIERIA DE LOS ALIMENTOS			
CLAVE	UNIDAD DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE ECUACIONES DIFERENCIALES	CRED.	14
2132062		TIPO	OBL.
H.TEOR. 6.0	SERIACION 2132060 Y 2132061	TRIM. V	
H.PRAC. 2.0			

OBJETIVO(S):

Objetivo General:

Al final de la UEA el alumnado será capaz de:

Identificar y resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales, para scon aplicación a problemas relacionados con la ingeniería de bioprocesos.

Objetivos parciales:

Al final de la UEA el alumnado será capaz de:

- Entender el concepto de ecuación diferencial.
- Representar fenómenos físicos, químicos y naturales a través de modelos matemáticos basados en ecuaciones diferenciales.
- Identificar ecuaciones diferenciales ordinarias lineales y de variables separables. Presentar su solución general y particular.
- Interpretar las soluciones gráficas de las ecuaciones diferenciales.
- Resolver sistemas lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden con dos variables, usando técnicas de álgebra lineal y analizar sus soluciones en el plano de fases.
- Determinar la solución de una ecuación diferencial homogénea de segundo orden con coeficientes constantes.
- Identificar la ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes constantes como un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.
- Identificar la ecuación de difusión y obtener su solución analítica.

CONTENIDO SINTETICO:

1. Repaso del razonamiento matemático.
1.1 Noción de identidad y de ecuación.
1.2 Noción de conjunto.

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
ADECUACION
PRESENTADA AL COLEGIO ACADEMICO
EN SU SESION NUM. 547
Norma Rondero López
LA SECRETARIA DEL COLEGIO

1.3 Implicación y doble implicación.
1.4 Ejemplos elementales de demostración.

2. Números complejos.
2.1 Aritmética.
2.2 Forma polar.
2.3 Fórmula de Euler.
2.4 Raíces de polinomios de grado dos o de grado tres conociendo una raíz.

3. Introducción a las ecuaciones diferenciales.
3.1 Conceptos básicos sobre ecuaciones diferenciales. Solución explícita. Determinar si una función dada es solución de una ecuación diferencial. Determinar las soluciones de cierta forma (polinómica, exponencial o trigonométrica).
3.2 La ecuación diferencial $\frac{dy}{dt} = f(t)$. Constante de integración. Curvas solución.
3.3 Enunciado del Teorema de existencia y unicidad de las soluciones de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden con condiciones iniciales.

4. Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
4.1 Ecuación diferencial ordinaria de variables separables. Soluciones general y particular.
4.2 Ecuaciones diferenciales lineales. El caso homogéneo. El caso no homogéneo. Soluciones general y particular. Factor integrante.

5. Métodos cualitativos de análisis de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. (8 horas)
5.1 Representación y análisis cualitativo de las ecuaciones diferenciales autónomas. Curvas de fase.
5.2 Método de las isoclinas.

6. Aplicaciones de ecuaciones diferenciales.
6.1 Crecimiento y decaimiento exponencial. Modelo de Malthus y decaimiento radiactivo.
6.2 Ecuaciones: logística y de Gompertz. Michaelis-Menten. Migración.
6.3 Mezclas.

7. Ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes.
7.1 El caso homogéneo.
7.2 El caso no homogéneo. Soluciones general y particular.
7.3 Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de segundo orden. Detección de diabetes. Sistema masa-resorte.

8. Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden con coeficientes constantes.
8.1 Un ejemplo de transformación de una ecuación diferencial de segundo orden lineal a un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden de dos

variables.
8.2 Solución general para sistemas en su forma normal.
8.3 Clasificación de la naturaleza de la estabilidad del punto de equilibrio (0,0) con respecto a sus valores propios.
8.4 El retrato fase. Plano traza-determinante.
8.5 Solución para el caso no homogéneo.
8.6 Aplicaciones del plano fase al estudio de algunas ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden.

9. Aplicaciones de sistemas de ecuaciones diferenciales.
9.1 Modelos en condiciones de estado estacionario.
9.2 Modelos de compartimentos.
9.3 Modelos de interacción de especies.

10. Ecuaciones diferenciales parciales.
10.1 Deducción de la ecuación de difusión en una dimensión.
10.2 Solución en condiciones de estado estacionario. Solución por el método de separación de variables.
10.3 Introducción a las series de Fourier y su aplicación a las soluciones de la ecuación de difusión.

MODALIDADES DE CONDUCCION DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE:

Se iniciará la unidad de enseñanza-aprendizaje dando ejemplos que ayuden al alumnado a distinguir la diferencia entre ecuación e identidad. Además de introducir el concepto de conjunto, implicación simple y doble a través de ejemplos.

Se tiene que enfatizar el carácter indispensable de la lógica en su campo de conocimiento como un criterio universal que permita clarificar la veracidad de un razonamiento independientemente de la aplicación sistemática de algún procedimiento o método memorizado. Se tiene que enfatizar la necesidad de la aplicación de fórmulas matemáticas generales que respalden cada etapa de un cálculo o procedimiento para obtener una conclusión a partir de una hipótesis. El aprendizaje de las fórmulas matemáticas generales debe ser imprescindible y previo al estudio de ejemplos de aplicación. No nos podemos conformar mecanizando la resolución de un ejercicio para resolver otros ejercicios.

Se introducirá el concepto de un número imaginario i tal que $i^2 = -1$. En ejemplos se aplicarán las cuatro operaciones básicas a números reales y al número i, así como a las expresiones obtenidas. Se comprobará que las soluciones resultantes siempre son de la forma $a + ib$ con a y b números reales, debido a la propiedad del conjugado $\frac{1}{a+ib} = \frac{a-ib}{a^2+b^2}$

La representación en forma polar y la fórmula de Euler permitirán calcular

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo
ADECUACION
PRESENTADA AL COLEGIO ACADEMICO
EN SU SESION NUM. 547
Norma Rondero López
LA SECRETARIA DEL COLEGIO

las raíces de un número complejo. Se factorizarán polinomios con coeficientes reales hasta de grado tres, mediante la división sintética, en particular para conocer todas sus raíces.

Se explicará intuitivamente el concepto de ecuación diferencial ordinaria mediante ecuaciones diferenciales que involucran velocidad, aceleración, procesos de enfriamiento y calentamiento, crecimiento y decrecimiento de poblaciones. Se ejemplificará cuándo una función es solución de una ecuación diferencial. Cada vez que el tipo de solución lo permita se representará gráficamente el comportamiento cualitativo de la familia de curvas solución en un mismo plano. Para llevar a cabo lo anterior, se aplicarán los métodos de la UEA Cálculo Diferencial después de obtener las soluciones explícitas.

Se introducirá el método de variables separables para encontrar las soluciones de una ecuación diferencial del tipo $\frac{dy}{dt} = f(t)g(y)$. cuando sea posible se hallarán explícitamente las integrales. Se introducirá el método del factor integrante (sin definir la función auxiliar producto de la función incógnita por el factor integrante) y el método de la solución particular para encontrar las soluciones explícitas de una ecuación diferencial del tipo $\frac{dy}{dt} + p(t)y = g(t)$.
Se resolverán tanto ecuaciones diferenciales como sistemas formados por una ecuación diferencial y una condición inicial. Se introducirá y resolverá la ecuación de Bernoulli $\frac{dy}{dt} + p(t)y = y^n g(t)$ y como un caso particular las ecuaciones de crecimiento: logística, Gompertz y Michaelis-Menten.

Logística: $\frac{dX}{dt} = kX\left(1 - \frac{X}{X_{\text{máx}}}\right)$; Gompertz: $\frac{dX}{dt} = kX\, ln\left(\frac{X_{\text{máx}}}{X}\right)$; Michaelis-Menten: $-\frac{dS}{dt} = \frac{v_{\text{máx}}S}{k_S}$

Se planteará de manera general el problema de mezclas en un tanque y posteriormente se simplificará de tal manera que ejemplifique los métodos de solución vistos anteriormente.

Mencionar el tipo de soluciones que se obtienen a partir de las raíces de la ecuación característica. En el caso no homogéneo presentar el método de los coeficientes indeterminados, donde la función del término no homogéneo sea un polinomio, una función exponencial o trigonométrica. Como aplicación puede mostrarse el protocolo de detección de diabetes, también puede presentarse el sistema masa-resorte.

Las matrices que aparecen son de orden 2×2 lo que facilita el cálculo de su determinante y, en consecuencia, del polinomio característico. Es suficiente definir una matriz como un arreglo de números y mencionar la forma general de su polinomio característico en términos de su traza y su determinante, lo que nos permitirá calcular sus valores propios. Análogamente no se calcularán los vectores propios que proporcionan el cambio de variables hacia el sistema lineal en su forma normal. Para el estudio de este tema en particular es posible evitar el uso de conceptos del Álgebra Lineal, objetivo de la UEA Cálculo de Varias Variables.

Los sistemas en forma normal que se estudiarán serán los sistemas $(x' = \alpha x; y' = \beta y)$ $(x' = \alpha x - \beta y; y' = \beta x + \alpha y)$, $(x' = \alpha x + y; y' = \alpha y)$ con α y β reales

Es conveniente señalar que las soluciones de una ecuación diferencial de segundo orden pueden visualizarse en el plano (y, y') para obtener más información de las soluciones.

Se podrán estudiar cualitativamente ecuaciones diferenciales del tipo $\frac{d^2y}{dt^2} = f(y)$, por ejemplo $\frac{d^2y}{dt^2} = -\operatorname{sen} y$, equivalente al sistema $\left(\frac{dy}{dt} = y'; \frac{dy'}{dt} = -\operatorname{sen} y\right)$. Poniendo en evidencia la integral primera $\frac{(y')^2}{2} - \cos y$. se podrán trazar sus curvas de nivel en el plano de coordenadas (y, y').

Esta Unidad de Enseñanza-Aprendizaje podrá impartirse en modalidad presencial, remota o mixta dependiendo de las condiciones que prevalezcan en el momento. Es recomendable que el profesorado se apoye en el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC).

MODALIDADES DE EVALUACION:

Evaluación Global:

La evaluación global podrá constar de las calificaciones obtenidas de las tareas, de los reportes, de la evaluación de los talleres, de los exámenes semanales, de las evaluaciones periódicas (un mínimo de dos) y/o de la evaluación global, en su caso. Los factores de ponderación serán a juicio del profesorado y se darán a conocer al alumnado al inicio de la unidad de enseñanza-aprendizaje. Todos los procesos de evaluación deberán tener una actividad de retroalimentación al alumnado.

Evaluación de Recuperación:

A juicio del profesorado, consistirá en una evaluación escrita que incluya todos los contenidos teóricos y prácticos de la UEA, o sólo aquellos que no fueron cumplidos durante el trimestre.

BIBLIOGRAFIA NECESARIA O RECOMENDABLE:

1. Blanchard, Paul., Devaney, Robert. y Hall, Glen. (1999) Ecuaciones diferenciales. México. International Thompson Editores.
2. Boyce, W. y DiPrima, R. (2001) Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera. México. Limusa Wiley.
3. Brannan, James R. Boyce, William E. (2007) Ecuaciones diferenciales. Una introducción a los métodos y sus aplicaciones. México. Grupo editorial

Patria.
4. Braun, Martin. (1993). Differential equations and their applications. 4th. Edition. NY. Springer.
5. Edwards, C. Henry y Penney, David. (1998) Ecuaciones diferenciales con aplicaciones. México. Pearson Educación.
6. Hughes-Hallett, Deborah, Gleason, Andrew M., McCallum, William. (2012) Calculus: Single and Multivariable Calculus. 6th. Edition. USA. Wiley.
7. Logan J. David. (2006) A first course in differential equations. NY. UTM Springer.
8. Zill, Denis G. (2018) Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. 11a. Edición. México. Cengage.

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo

ADECUACION
PRESENTADA AL COLEGIO ACADEMICO
EN SU SESION NUM. 547

Norma Rondero López

LA SECRETARIA DEL COLEGIO