

UNIDAD	IZTAPALAPA	DIVISION	CIENCIAS BIOLOGICAS Y DE LA SALUD	1 / 5
NOMBRE DEL PLAN LICENCIATURA EN INGENIERIA DE LOS ALIMENTOS				
CLAVE	UNIDAD DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE		CRED.	14
2132061	CALCULO DE VARIAS VARIABLES		TIPO	OBL.
H.TEOR. 6.0	SERIACION		TRIM. IV	
H.PRAC. 2.0				
	2130046			

**OBJETIVO (S) :**

Objetivo General:

Al final de la UEA el alumnado será capaz de:

Aplicar las técnicas del álgebra lineal y cálculo diferencial en el estudio de sistemas bioquímicos descritos mediante varias variables.

Objetivos Parciales:

Al final de la UEA el alumnado será capaz de:

- Aplicar las operaciones básicas del álgebra lineal para resolver sistemas de ecuaciones lineales y también problemas relacionados con vectores y matrices, así como para trazar rectas y planos.
- Identificar las curvas contenidas en el plano y en el espacio, como objetos geométricos y como objetos en movimiento.
- Interpretar procesos o fenómenos que involucren el concepto de campo escalar (funciones de varias variables, por ejemplo, temperatura y densidad).
- Aplicar las técnicas básicas del cálculo diferencial en dos y tres variables para un campo escalar, así como para trazar rectas y planos tangentes.
- Identificar y derivar las principales transformaciones del plano y del espacio, en particular las transformaciones lineales y las que describen cambios de coordenadas clásicas.
- Identificar y definir campos vectoriales en una región del plano o del espacio como objetos geométricos que describen un movimiento. Por ejemplo: un campo de velocidades de un líquido estacionario y un campo eléctrico.
- Representar los operadores vectoriales clásicos en distintos sistemas de coordenadas.
- Describir un mismo objeto y un operador de un campo escalar o vectorial en dos y tres dimensiones, mediante diferentes sistemas de coordenadas.



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

ADECUACION  
PRESENTADA AL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 547

*Norma Pondero López*  
LA SECRETARIA DEL COLEGIO

NOMBRE DEL PLAN	LICENCIATURA EN INGENIERIA DE LOS ALIMENTOS	2/ 5
CLAVE 2132061	CALCULO DE VARIAS VARIABLES	

#### CONTENIDO SINTETICO:

1. Repaso del razonamiento matemático.
  - 1.1 Noción de identidad y de ecuación.
  - 1.2 Noción de conjunto.
  - 1.3 Implicación y doble implicación.
  - 1.4 Ejemplos elementales de demostración.
2. Introducción al álgebra lineal en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ 
  - 2.1 Puntos, vectores y operaciones.
  - 2.2 Productos escalar y vectorial.
  - 2.3 Ecuaciones cartesianas de rectas y planos. Rectas parametrizadas.
  - 2.4 Métodos no matriciales de resolución de sistemas de ecuaciones lineales: sustitución y eliminación. Matrices, operaciones básicas (suma matricial y producto matriz por vector) y aplicaciones a sistemas de ecuaciones lineales. Producto de matrices cuadradas.
  - 2.5 El triple producto escalar y su uso para el cálculo de determinantes. Regla de Cramer.
3. Cálculo diferencial en campos escalares en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$  (32 horas).
  - 3.1 Motivación al estudio de las funciones de varias variables. Funciones de una variable relacionada  $f(x_0, \cdot)$  (fijando la variable  $x_0$ ) y  $f(\cdot, y_0)$  (fijando la variable  $y_0$ ).
  - 3.2 Funciones de dos variables y sus curvas de nivel en el plano. Ejemplos: a) gráficas de secciones cónicas; b) curvas de ecuaciones de la forma  $y = f(x)$ .
  - 3.3 Funciones de tres variables y sus superficies de nivel en el espacio. Ejemplos: a) gráficas de superficies cuadráticas; b) superficies de ecuaciones de la forma  $z = f(x, y)$ . Funciones vectoriales sencillas de variable real en el plano y en el espacio, curvas parametrizadas. Límites y derivadas (velocidad).
  - 3.4 Derivadas parciales de primer orden. Gradiente y derivadas direccionales.
  - 3.5 Recta y plano tangente. Los máximos y mínimos son puntos críticos.
  - 3.6 Regla de la cadena: derivada de una función definida en una curva (producto del gradiente por la velocidad).
  - 3.7 Derivadas parciales de orden superior. Matriz hessiana, criterio de la segunda derivada para caracterizar máximos y mínimos locales en dos dimensiones.
4. Campos vectoriales y transformaciones en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$ 
  - 4.1 Motivación al estudio de las funciones vectoriales de varias variables.
  - 4.2 Transformaciones lineales en el plano y en el espacio. Aplicaciones a la quiralidad y a los compuestos quirales. Ejemplos de compuestos bioquímicamente activos levógiros y dextrógiros (L y D).
  - 4.3 Matriz jacobiana.
  - 4.4 Cambio de coordenadas: polares, cilíndricas, esféricas y triangulares. Análisis del teorema de Viviani, fundamento de las coordenadas



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

ADECUACION

PRESENTADA AL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 547

*Norma Pondero López*

LA SECRETARIA DEL COLEGIO



NOMBRE DEL PLAN	LICENCIATURA EN INGENIERIA DE LOS ALIMENTOS	3/ 5
CLAVE	2132061	CALCULO DE VARIAS VARIABLES

triangulares y su aplicación a los diagramas ternarios de fases.  
4.5 Regla de la cadena.

5. Gradiente, rotacional, divergencia y laplaciano en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$

5.1 Interpretación física mediante ejemplos.

5.2 Representación algebraica del gradiente, de la divergencia, del rotacional y del laplaciano en coordenadas rectangulares, polares, esféricas y cilíndricas.

#### MODALIDADES DE CONDUCCION DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE:

Se iniciará la unidad de enseñanza-aprendizaje dando ejemplos que ayuden al alumnado a distinguir la diferencia entre ecuación e identidad. Además de introducir el concepto de conjunto, implicación simple y doble a través de ejemplos.

Se enfatizará el carácter indispensable de la lógica en su campo de conocimiento como un criterio universal que permita clarificar la veracidad de un razonamiento independientemente de la aplicación sistemática de algún procedimiento o método. Se hará énfasis en la necesidad de entender y aplicar deducciones (del tipo: si [fórmula 1] entonces [fórmula 2]) que respalden cada etapa de un cálculo o procedimiento para obtener una conclusión a partir de una hipótesis. El estudio de estas deducciones matemáticas es imprescindible y previo a su aplicación en ejemplos. En el estudio de las matemáticas, no podemos conformarnos con la resolución mecanizada de un ejercicio para resolver otros.

Se hará una clara distinción entre puntos y vectores. Mencionando que un vector se puede interpretar como un desplazamiento de puntos, como una resta entre dos puntos o como una "flecha" caracterizada por su dirección, su orientación y su magnitud, lo cual justifica que dos vectores son iguales cuando forman un paralelogramo. Por lo anterior, las nociones de paralelismo y ortogonalidad solamente tienen sentido para vectores, mientras que la noción de distancia sólo es relevante para puntos. De modo análogo se hará una clara distinción entre transformaciones (relacionar un punto a un punto) y campos vectoriales (relacionar un vector a un punto).

El alumnado comprenderá y aplicará los fundamentos de las operaciones básicas entre vectores y matrices a través de ejemplos.

Sólo se enseñarán los resultados más elementales del cálculo vectorial y matricial. Las matrices proporcionarán el primer ejemplo de las transformaciones del Tema 4. El producto escalar permitirá calcular las ecuaciones de rectas y planos del Tema 2, las ecuaciones de rectas y planos tangentes, las derivadas direccionales y las derivadas a lo largo de una curva del Tema 3 respectivamente y las divergencias del Tema 5. El producto vectorial permitirá calcular las ecuaciones de rectas (en dimensión dos) y los determinantes (en dimensión tres) del Tema 2 y los rotacionales del Tema 5.

Al introducir las funciones de una variable asociadas  $f(x..)$  en el punto 3.1,



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

ADECUACION  
PRESENTADA AL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 1547

*Norma Pondero López*

LA SECRETARIA DEL COLEGIO

NOMBRE DEL PLAN	LICENCIATURA EN INGENIERIA DE LOS ALIMENTOS	4/ 5
CLAVE 2132061	CALCULO DE VARIAS VARIABLES	

se dará una interpretación física como, por ejemplo, la evolución de la temperatura de un objeto unidimensional o bidimensional en el tiempo,  $T = T(t, x, y)$ . Las derivadas parciales permiten medir las variaciones de una función con respecto a una o varias variables. El gradiente da información acerca de la razón de cambio de los valores de la función. Se mencionará el fenómeno de quimiotaxis que permitirá interpretar el gradiente de concentración de una sustancia química como la dirección de movimiento de una célula. En una sesión no mayor de una hora se definirán de manera intuitiva los valores propios de la hessiana con el fin de justificar la caracterización de los máximos y mínimos locales mediante su signo. Esto permitirá en la misma sesión caracterizar el criterio de la segunda derivada o hessiana que se usará en los ejercicios de las aplicaciones.

En una sesión no mayor de dos horas se comprobará el teorema de Viviani en casos particulares calculando la suma de las distancias de varios puntos a los lados del triángulo equilátero de vértices  $(0,0)$  y  $(1,0)$ . Esto permitirá identificar en la misma sesión el plano  $x+y+z=c$  de  $\mathbb{R}^3$ , con  $\mathbb{R}^2$  al interpretar a las variables como las distancias de un punto a los lados de un triángulo equilátero dado, de suma constante. Se presentarán ejemplos de aplicaciones de diagramas ternarios de fase en dietas alimentarias, cartas de vapor psicrométricas y metodología de mezclas en un par de sesiones que no excedan cuatro horas de actividad frente a grupo. La regla de la cadena se abordará interpretándola como un producto de matrices jacobianas relacionándolas con diagramas de árbol.

Se introducirán los conceptos de gradiente, divergencia y rotacional mediante el símbolo nabla utilizando formalmente el producto por escalares, el producto punto y el producto cruz. Se aplicarán estos conceptos a procesos biológicos como por ejemplo la transferencia de oxígeno en procesos microbianos (producción de la levadura de panadería). Se representarán estos conceptos en los sistemas coordenados rectangular y curvilíneos (polares, cilíndricos y esféricos) con objeto de adaptarlos a la geometría de las diversas aplicaciones, por ejemplo, el concepto de compresibilidad en mecánica de fluidos y transferencia de masa.

Esta Unidad de Enseñanza-Aprendizaje podrá impartirse en modalidad presencial, remota o mixta dependiendo de las condiciones que prevalezcan en el momento. Es recomendable que el profesorado se apoye en el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC).

#### MODALIDADES DE EVALUACION:

Evaluación Global:

La evaluación global podrá constar de las calificaciones obtenidas de las tareas, de los reportes, de la evaluación de los talleres, de los exámenes semanales, de las evaluaciones parciales (un mínimo de dos) y/o de la evaluación global, en su caso. Los factores de ponderación serán a juicio del profesorado y se darán a conocer al alumnado al inicio de la unidad de



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

ADECUACION

PRESENTADA AL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 547

*Norma Pondero Lopez*

LA SECRETARIA DEL COLEGIO



NOMBRE DEL PLAN	LICENCIATURA EN INGENIERIA DE LOS ALIMENTOS	5/ 5
CLAVE	2132061	CALCULO DE VARIAS VARIABLES

enseñanza-aprendizaje. Todos los procesos de evaluación deberán tener una actividad de retroalimentación al alumnado.

Evaluación de Recuperación:

A juicio del profesorado, consistirá en una evaluación escrita que incluya todos los contenidos teóricos y prácticos de la UEA, o sólo aquellos que no fueron cumplidos durante el trimestre.

#### BIBLIOGRAFIA NECESARIA O RECOMENDABLE:

1. Becerril, Rubén. Reyes, Guadalupe. (2012). Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables. México. Trillas.
2. Benítez, René. (2011). Cálculo Diferencial Vectorial. México. Trillas.
3. Colley, S. Jane. (2013). Cálculo Vectorial. 4a. Edición. 2013. Pearson, Always Learning.
4. Hughes-Hallett, Deborah, Gleason, Andrew M., McCallum, William. (2012). Calculus: Single and Multivariable Calculus. 6th. Edition. USA. Wiley.)
5. Marsden, Jerrold E., Tromba Anthony. (2018). Cálculo Vectorial. 6a. Edición. México. Pearson.)
6. Mora, Walter A. (Actualización: 2020). Cálculo en Varias Variables. Visualización interactiva. 2da. Ed. Costa Rica.)
7. Rogawsky, Joan. (2012). Cálculo de Varias Variables. 2a. Edición. Reverté.)
8. Salas, Hille, Etgen. (2003) Calculus una y varias variables vol II. 2003. Reverté.)
9. Alma Miriam Novelo Torres y Jesús Gracia Fadrique (2010) Trayectorias en diagramas ternarios. Profesores al día [Termodinámica]. Educ. quím., 21(4), 300-305, 2010, UNAM, ISSN 0187-893-X. Publicado en línea 09.09.2010, ISSNE 1870-8404.)
10. Brian J. Mc Cartin (2010). Mysteries of equilateral triangle. Applied Mathematics Kettering University Hikari Ltd ISBN 978-954-91999-5-6.)
11. Zill, Dennis G. (2011). Cálculo de Varias Variables. 4a. Edición. México. Mc Graw-Hill.



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

ADECUACION

PRESENTADA AL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 647

*Norma Pondero López*

LA SECRETARIA DEL COLEGIO