



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

PROGRAMA DE ESTUDIOS

UNIDAD IZTAPALAPA		DIVISION CIENCIAS BIOLÓGICAS Y DE LA SALUD		1 / 6
NOMBRE DEL PLAN LICENCIATURA EN BIOLOGIA				
CLAVE	UNIDAD DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE	CRED.	10	
2352036	BIOMATEMÁTICAS II	TIPO	OBL.	
H. TEOR. 4.0	SERIACION	TRIM.	VI	
H. PRAC. 2.0		2352035		

**OBJETIVO(S) :**

Objetivo General:

Que al final de la UEA el alumno sea capaz de:

Conocer los elementos básicos del cálculo diferencial e integral y su utilización en el estudio de procesos y fenómenos biológicos.

Objetivos Específicos:

Que al finalizar el curso el alumno sea capaz de:

- Describir el concepto de límite de una función real en un punto y su utilización en el estudio de los procesos y fenómenos naturales, así como sus algoritmos básicos de cálculo.
- Calcular derivadas de funciones reales específicas y utilizarlas para cuantificar variaciones instantáneas de procesos naturales. Utilizará los métodos clásicos para resolver problemas de optimación.
- Ilustrar las gráficas de las funciones clásicas mediante el uso de las técnicas estándares del cálculo.
- Describir la conexión existente entre el cálculo integral y el cálculo diferencial mediante el teorema fundamental del cálculo.
- Utilizar los métodos estándares de integración.
- Calcular áreas bajo curvas definidas por funciones en intervalos, promedios y crecimiento poblacional utilizando técnicas de integración.

**CONTENIDO SINTETICO:**

1. Límites de funciones y continuidad.
  - 1.1 Definición del límite de una función en un punto de acumulación del dominio mediante sucesiones.
  - 1.2 Límites de suma, producto y cociente de funciones.
  - 1.3 Límite de una función al infinito. Asíntotas horizontales y verticales.
  - 1.4 Continuidad de una función. Aplicaciones.



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADÉMICO  
EN SU SESION NUM. 344

EL SECRETARIO DEL COLEGIO

2. La derivada de una función.
- 2.1 Tangentes a la gráfica de una función, velocidad instantánea, razón de cambio y la diferenciabilidad de una función. Aplicaciones.
- 2.2 Fórmulas de diferenciación. Derivada de la función potencial  $ax^n$ , la exponencial  $e^x$  y la logarítmica  $\ln x$ . Derivadas de las funciones trigonométricas básicas  $\text{sen } x$ ,  $\text{cos } x$ .
- 2.3 Las derivadas de suma, producto y cociente de funciones diferenciables. Regla de la cadena.
- 2.4 Derivadas de orden superior y funciones suaves. La regla de L'Hôpital para el cálculo de límites al infinito de expresiones como  $x^\alpha e^{-\lambda x}$  y límites a cero de expresiones del tipo  $x^\alpha \ln x$ .
3. Aplicaciones de la derivada.
- 3.1 El concepto de derivada para definir velocidades de reacción, de crecimiento corporal y de crecimiento poblacional mediante una ecuación diferencial. Aplicaciones.
- 3.2 Funciones monótonas. Intervalos de crecimiento y de decrecimiento de una función. Puntos críticos y valores críticos. Valores máximos y mínimos de una función. Criterios de la primera y la segunda derivadas. Valores extremos: locales y globales. Aplicación a problemas de optimización.
- 3.3 Concavidad de una función. Puntos y valores de inflexión.
- 3.4 El trazo de la gráfica de una función.
- 3.5 Dinámica unidimensional. Puntos fijos (y periódicos) atractores y repulsores de una sucesión de tipo  $x_{n+1} = f(x_n)$  donde  $f$  es una función diferenciable. Aplicaciones.
4. La integral y sus aplicaciones.
- 4.1 La integral indefinida de una función continua como una antiderivada. Integración directa e integración por sustitución. Tabla de integrales indefinidas.
- 4.2 Los métodos de integración por partes e integración por fracciones parciales (con a lo más una raíz real doble del denominador).
- 4.3 Sumas de Riemann y la integral definida. Propiedades de la integral y el Teorema fundamental del cálculo.
- 4.4 Integrales impropias. Aplicaciones.
- 4.5 Área entre curvas. Aplicaciones.
- 4.6 Teorema del valor medio para integrales y el cálculo del promedio de una función continua en un intervalo. Aplicaciones.
- 4.7 Aplicación de la integral para resolver los modelos de crecimiento poblacional (exponencial y logístico), crecimiento corporal, eliminación de una droga, etcétera, definidos por una ecuación diferencial separable.

**MODALIDADES DE CONDUCCION DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE:**

- Al inicio del curso el profesor presentará el contenido de la UEA y las



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADÉMICO  
EN SU SESION NUM. 344.

EL SECRETARIO DEL COLEGIO

modalidades de evaluación. Las horas-practica se conducirán en la modalidad de taller y se procurará que se cuente con la presencia/participación del profesor responsable de la UEA y el ayudante asignado desde la semana uno del trimestre.

- Se procurará que el desarrollo de cada tema se inicie planteando un problema donde se aplique el mismo, que sirva de motivación y genere la necesidad de conocer las herramientas matemáticas para la solución de dicho problema. Al finalizar el tema se propondrá la solución del problema planteado. Se promoverá que el alumno describa el problema, su solución matemática y la conclusión dentro del contextó de la aplicación específica y otras similares.
- A lo largo de todo el curso se promoverá la generación en el alumno de las habilidades de manipulación matemática (simplificaciones, manejo algebraico, notación, uso de paréntesis, entre otras); así como el reforzamiento del uso adecuado de los elementos de graficado y de la escritura de las matemáticas. Se promoverá en los alumnos la detección y solución de errores; y la descripción del proceso que siguió para resolver un problema.
- Se procurará que el alumno describa en forma verbal y escrita las gráficas de funciones y que asocie esa descripción con la función. En las aplicaciones, la descripción debe extenderse a su interpretación dentro del fenómeno de interés.
- El objetivo central de la sección de límites es su cálculo y la manipulación de expresiones racionales simples evitando en lo posible las expresiones con radicales. Además es recomendable introducir límites de cocientes simples del tipo que definen derivadas. El uso de gráficas de funciones simples debe ser extensivo para apoyar intuitivamente el concepto de continuidad y su interpretación dentro de un proceso biológico continuo como las relaciones edad-talla-peso de un individuo, una regla generacional de una población, entre otras.
- En el tema de derivadas, se debe introducir la derivada de una función como una razón de cambio de un proceso natural e ilustrar ampliamente su significado geométrico. Ejercitar las fórmulas de derivación, demostrar sólo las del tipo  $ax^n$  con n entero positivo y enunciar las fórmulas de derivación para las funciones  $e^x$  y  $\ln x$  y las funciones trigonométricas básicas  $\text{sen } x$  y  $\text{cos } x$ . Para mostrar la regla de la cadena, se sugiere ilustrar con ejemplos del tipo  $e^{f(x)}$ ,  $\ln f(x)$ ,  $\text{sen } f(x)$  y  $\text{cos } f(x)$ , evitando en lo posible funciones con expresiones radicales o racionales complicadas. Referente al tema de la regla de L'Hôpital aplicar preferentemente a los casos del cálculo de límites al infinito de expresiones como  $x^a e^{-x}$ , límites a cero de expresiones del tipo  $x^a \ln x$  y mostrar ejemplos simples del tipo  $\frac{0}{0}, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}, 0 \cdot \infty$ . No se deberán deducir las fórmulas de derivación de



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

Casa abierta al tiempo.

APROBADO POR EL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 344

EL SECRETARIO DEL COLEGIO

las funciones trigonométricas inversas arcsen x y arccos x, dando sólo ejemplos que las ilustren.

- En el tema de las aplicaciones de la derivada, se mostrará el concepto mediante suficientes ejemplos y como una variación instantánea se define con una ecuación diferencial como en el caso de la ecuación de Malthus, la ecuación logística, la ecuación que modela una eliminación de la droga de un medicamento del cuerpo, entre otros. Para el uso de la derivada en el análisis cualitativo de una función, se debe dar un número suficiente de ejemplos de la localización de intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función. De igual forma, para la concavidad de tal función. Para el tema puntos y valores críticos, se deberá hacer énfasis en la noción de equilibrio asociada a los puntos donde la derivada se anula, mediante ejemplos de tipo biológico. La sección de problemas de optimización deberá revisarse con un número suficiente de ejemplos como el de rendimiento de un medicamento aplicado a una especie en producción, el pH (máximo o mínimo) de ciertas regiones de la tierra generada por la lluvia, la construcción de corrales de área máxima, entre otros.
- Otro tema central de la sección de aplicaciones de la derivada, es el trazo de las gráficas de funciones diferenciables, en la cual se sugiere elaborar preferentemente gráficas de funciones que aparecen frecuentemente en las ciencias biológicas como las del tipo:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, \quad f(x) = Axe^{-\lambda x}, \quad f(x) = Ax^n \ln x$$

$$f(x) = A + Be^{-\lambda x}, \quad f(x) = \frac{Ax + B}{Cx^2 + D}, \quad f(x) = A \operatorname{sen}(nx + b)$$

Con un número suficiente de ejemplos y evitando en lo posible las funciones con radicales.

- La sección de dinámica unidimensional se ilustrará con numerosos ejemplos biológicos que muestren el comportamiento de una sucesión generada por una función suave alrededor de un punto fijo (o periódico), que se caracteriza por el valor absoluto de la derivada de la función en tal punto y su comparación con la unidad. Los ejemplos que se sugieren para ilustrar estos resultados son Malthus discreto, el logístico discreto, de pesquerías y las sucesiones recurrentes con cosecha estudiados en el curso de Biomatemáticas I.
- Para el tema de integrales y sus aplicaciones, se construirá la integral indefinida como una operación aplicada a las funciones continuas que es inversa a la operación de diferenciación y se sugiere construir una tabla de integrales básica a partir de este punto. Enunciar el teorema de cambio de variable de la integral y ejemplificarlo. Para el tema de métodos de



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADÉMICO  
EN SU SESION NUM. 344

  
EL SECRETARIO DEL COLEGIO

CLAVE 2352036

BIOMATEMATICAS II

integración se debe ejemplificar cada método por separado. En el método de integración por partes tratar funciones del tipo  $x \ln x$ ,  $x^\alpha e^{-\lambda x}$ ,  $e^{-\lambda x} \text{sen}^n \beta x$ ,  $e^{-\lambda x} \cos \beta x^n$ ,  $x^\alpha \text{sen} x$ . Para el método de fracciones parciales, se deberán considerar expresiones donde el denominador tenga a lo más raíces reales de multiplicidad 2. Motivar el tema de la integral definida como el área bajo una curva definida por la gráfica de una función continua, por ejemplo, una parábola. Se deberá utilizar el símbolo de la suma ( $\Sigma$ ) e ilustrar con suficientes ejemplos. Definir las sumas de Riemann como una aproximación a la integral definida.

- Enunciar las propiedades de la integral definida y dar ejemplos de cada una de ellas. La presentación del teorema fundamental del cálculo debe conducir a la búsqueda de antiderivadas y conectar con el concepto de integral indefinida. Para el tema de integrales impropias se desarrollarán ejemplos que involucren el cálculo estándar de límites, incluyendo la regla de L'Hôpital, dando ejemplos de su aplicación en la distribución de una especie en una región de la tierra, la edad óptima de reproducción de un individuo de una especie, entre otros; mediante la utilización de los conceptos de área bajo una curva y de promedio de una integral en un intervalo no acotado (impropia). Referente a la sección de aplicación de la integral para resolver los modelos de crecimiento (Malthus y logístico), crecimiento corporal, eliminación de una droga, entre otros, que son definidos por una ecuación diferencial separable, se debe remarcar con suficientes ejemplos la relación inversa que guardan los conceptos de derivada e integral.
- Previo al inicio del curso y a la aplicación de las evaluaciones periódicas, los profesores que impartan la UEA se reunirán para acordar las diversas actividades a realizar y el funcionamiento de éstas durante el trimestre. Además, al final de cada curso se deberá realizar una evaluación de las actividades y los resultados académicos obtenidos y, en su caso, discutir y proponer las adecuaciones pertinentes.

#### MODALIDADES DE EVALUACION:

##### Evaluación Global:

Incluirá tres evaluaciones departamentales periódicas (una por tema) y tareas; en su caso, una evaluación terminal, a juicio del profesor. Las evaluaciones periódicas constituirán el 70% de la calificación. Para el 30% restante de la calificación se consideran la participación en clase, las tareas y los trabajos encomendados. Los factores de ponderación de estos últimos serán a juicio del profesor y se darán a conocer al inicio del curso.

##### Evaluación de Recuperación:

Consistirá de una evaluación escrita global basada en el contenido total del



Casa abierta al tiempo.

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA

APROBADO POR EL COLEGIO ACADÉMICO  
EN SU SESION NUM. 344

EL SECRETARIO DEL COLEGIO

NOMBRE DEL PLAN LICENCIATURA EN BIOLOGIA		6 / 6
CLAVE 2352036	BIOMATEMATICAS II	

programa.

**BIBLIOGRAFIA NECESARIA O RECOMENDABLE:**

**Bibliografía Necesaria:**

1. Becerril, R. y Reyes J. G. (2010) Pre-cálculo, Trillas, México.
2. Reyes, J. G. (1996) Cálculo Diferencial para las Ciencias Naturales, Trillas, México.

**Bibliografía Recomendable:**

1. Delgado, J. y Falconi, M. (1989) "Problemario para estudiantes de Ciencias Biológicas y de la Salud", Comunicaciones del departamento de Matemáticas, III (4) UAM-I, México.
2. Gutiérrez, J. y Sánchez, F. (1998) Matemáticas para las Ciencias Naturales, Aportaciones Matemáticas, Serie textos 11, Sociedad Matemática Mexicana, México.
3. Hernández, G. y Velasco, J. (1999) El manantial escondido, un acercamiento a la Biología teórica y Matemática, Fondo de Cultura Económica, México.
4. Maynard-Smith, J. (1977) Ideas Matemáticas en Biología, CECSA, México.
5. Reyes, J. G. (1998) Cálculo Integral para las Ciencias Naturales, Trillas, México.
6. Neuhauser, C. (2004) Matemáticas para ciencias, Pearson Education, España.



**UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA**

Casa abierta al tiempo.

APROBADO POR EL COLEGIO ACADEMICO  
EN SU SESION NUM. 344

  
EL SECRETARIO DEL COLEGIO